2017 年武警部队院校招生统一考试

数学模拟试题（一）

一、单项选择题（本大题工 10 小题，每小题 5 分，共 50 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

1.设集合 A= $A=\{1,3,5,7\},B=\{x\mid 2\le x\le 5\}$,则$A\cap B=$ ________。

A. $\{1,3\}$　　B. $\{3,5\}$　　C. $\{5,7\}$　　D. $\{1,7\}$

2.设$(1+2i)(a+i)$的实部与虚部相等，其中 a 为实数，则 $a=$________。

A.-3　　B.-2　　C.2　　D.3

3.下列函数为偶函数的是________。

A. $y=x^2\sin x$　　B. $y=x^2\cos x$

B.C. $y=|\ln x|$　　D. $y=2^{-x}$

4.为美化环境，从红、黄、白、紫 4 种颜色的花中任选 2 种花种在一个花坛中，余下 2 种花种在另一个花坛中，则红色和紫色的花不在同一花坛的概率是________。

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{5}{6}$

5. S_n 是等差数列的前 n 项和，若 $a_1+a_3+a_5=3$，则 $S_5=$ ________。

A.5　　B.7　　C.9　　D.11

6. 设$\vec{a}$、$\vec{b}$为非零向量，“$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$”是“$\vec{a}//\vec{b}$”的 ________。

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

7.若 $a>b>1,0<c<1$，则________。

A. $\log_a^c<\log_b^c$　　B. $\log_c^a<\log_c^b$

C. $a^c<b^c$　　D. $c^a<c^b$

8.已知正四面体的高为 4，则其体积为________。

A. $6\sqrt{3}$ B. $6\sqrt{5}$ C. $8\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{5}$

9.将函数 $y=2\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$ 的图象向右平移 $\dfrac{1}{4}$ 个周期后，所得图象对应函数为________。

A. $y=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ B. $y=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

C. $y=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)$ D. $y=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$

10.直线 $3x+4y=b$ 与圆 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ 相切，则 b 的值为 ________。

A.-2 或 12 B.2 或-12

C.-2 或-12 D.2 或 12

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

11. $y=(x+2)^2$，$(x<-2)$ 的反函数为__________________________。

12.若 x、y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-2\le 0\\ x-2y+1\le 0\\ 2x-y+2\ge 0\end{cases}$，则 $z=3x+y$ 的最大值为 __________。

13.直线 l 经过椭圆的一个顶点和一个焦点，若椭圆中心到 l 的距离为其短轴长的 $\dfrac{1}{4}$，则椭圆的离心率为______________。

14. $\left(2x+\sqrt{x}\right)^5$ 的展开式中，x^3 的系数是 ______________（用数字填写答案）。

15.当 $a\in[-2,2]$ 时，$f(x)=ax^2-(2a+1)x+a+1<0$ 恒成立，则 x 的取值范围是 _____。

三、解答题（本大题共 7 个小题，共 75 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

16.（本小题满分 10 分）

已知 $F(x)=f(x)-g(x)$，其中 $f(x)=\log_2^{(x-3)}$，当且仅当 (x_0,y_0) 在 $f(x)$ 的图象上时，点 $(2x_0,2y_0)$ 在 $y=g(x)$ 的图象上.

（1）求 $y=g(x)$ 的解析式；

（2）当 $F(x)\ge 0$ 时，求 x 的取值范围。

17.（本小题满分 10 分）

已知$\left|\vec{a}\right|=3,\left|\vec{b}\right|=4,\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$。

（1）求$\left(3\vec{a}-\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$的值。

（2）求$\left|2\vec{a}-t\vec{b}\right|$的最小值。

18.（本题满分 10 分）

已知a、b、c分别为ΔABC内角A、B、C的对边，$\sin^2 B=2\sin A\sin C.$

（1）若$a=b$，求$\cos B$;

（2）设$B=90^\circ$，且$a=\sqrt{2}$，求ΔABC的面积。

19.（本小题满分 10 分）

已知$\{a_n\}$是公差为3的等差数列，数列$\{b_n\}$满足$b_1=1,b_2=\frac{1}{3},a_nb_{n+1}+b_{n+1}=nb_n$。

（1）求$\{a_n\}$的通项公式;

（2）求$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n 的极限。

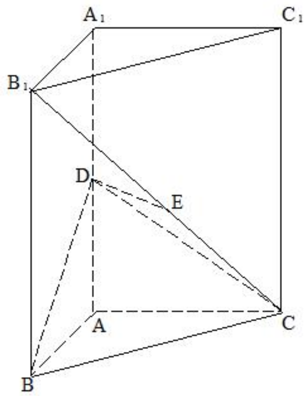
20.（本小题满分 10 分）

A、B 是治疗同一种疾病的两种药，用若干试验组进行对比试验．每个试验组由 4 只小白鼠组成，其中 2 只服用 A，另 2 只服用 B，然后观察疗效．若在一个试验组中，服用 A 有效的小白鼠的只数比服用 B 有效的多，就称该试验组为甲类组．设每只小白鼠服用 A 有效的概率为$\frac{2}{3}$，服用 B 有效的概率为$\frac{1}{2}$。

（1）在一个试验组中，求至少有一只小白鼠服用用 A 有效的概率；

（2）求一个试验组为甲类组的概率。

21.（本小题满分 12 分）



如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp AC, D$ 、E 分别为 AA_1 、B_1C 的中点，$DE\perp$平面 BCC_1 。

（1）证明：$AB=AC$

（2）设二面角 $A-BD-C$ 为 $60°$ ，求 B_1C 与平面 BCD 所成的角的大小。

22.（本小题满分 13 分）

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过点 $(0,\sqrt{3})$ ，离心率为 $\frac{1}{2}$ ，左右焦点分别为 $F_1(-c,0), F_2(c,0)$ 。

（1）求椭圆方程；

（2）设$p(x_0, y_0)$在直线l上，且l与椭圆交于A、B两点，若p为线段AB的中点，证明直线l的斜率为定值（用x_0、y_0表示）。

参考答案

一、1-10：BABCA ABCDD

二、11. $\underline{y=-\sqrt{x}-2,(x>0)}$ **12.** $\underline{4}$ **13.** $\frac{1}{2}$ **14.** $\underline{10}$ **15.** $\left(1,\frac{3}{2}\right)$

三、16、（1）(x,y)在$g(x)$上，则$y=g(x)$

令$\begin{cases}x=2x_0\\y=2y_0\end{cases}$，则$\begin{cases}x_0=\frac{x}{2}\\y_0=\frac{y}{2}\end{cases}$ $\because (x_0,y_0)$在$y=f(x)$上 $\therefore y_0=f(x_0)\therefore \frac{y}{2}=f\left(\frac{x}{2}\right)\therefore y=2f\left(\frac{x}{2}\right)$

即$g(x)=2\log_2^{\left(\frac{x}{2}-3\right)}$

（2）题目转化为求解下列不等式

$\log_2^{(x-3)}\geq 2\log_2^{\left(\frac{x}{2}-3\right)}$

$$\Rightarrow\begin{cases}x-3\geq\left(\frac{x}{2}-3\right)^2\\x-3>0\\\frac{x}{2}-3>0\end{cases}\Rightarrow x\in(6,12]$$

17、（1）$(3\vec{a}-\vec{b})(\vec{a}+2\vec{b})=3\vec{a}^2-2\vec{b}^2+5|\vec{a}||\vec{b}|\cos\frac{\pi}{3}=25$

（2）$|2\vec{a}-t\vec{b}|=\sqrt{(2\vec{a}-t\vec{b})^2}=\sqrt{16t^2-24t+36}=\sqrt{16\left(t-\frac{3}{4}\right)^2+27}\geq 3\sqrt{3}$

18、（1）题目转化为$b^2=2ac\because a=b\therefore b=2c=a$

$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{c^2}{4c^2}=\frac{1}{4}$

（2）$\because B=90°,\therefore b^2=a^2+c^2,\because b^2=2ac\therefore a^2+c^2=2ac\therefore a=c=\sqrt{2}\therefore S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ac=1$

19、（1）由题得：$a_1b_2=b_1\Rightarrow a_1=2\Rightarrow a_n=2+3(n-1)=3n-1$

（2）根据（1）得：$(3n-1)b_{n+1}+b_{n+1}=nb_n\Rightarrow\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{1}{3}\Rightarrow b_n=1\times\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

$$\Rightarrow S_n=\frac{1\times\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)\Rightarrow\lim_{n\to\infty}S_n=\frac{3}{2}$$

20、（1）A无效的概率为$p\left(\overline{A}\right)=\left(1-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}\Rightarrow p\left(A\right)=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$

（2）此事件包括：“A有效的有1只，B有效的有0只”或“A有效的有2只，B有效的有1只或0只”

$$\Rightarrow p=p_1+p_2=C_2^1\left(\frac{2}{3}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^1\cdot C_2^0\left(\frac{1}{2}\right)^2+C_2^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left[C_2^0\left(\frac{1}{2}\right)^2+C_2^1\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]=\frac{1}{9}+\frac{1}{3}=\frac{4}{9}$$

21、（1）**分析一**：连结 BE，$\because ABC-A_1B_1C_1$为直三棱柱，$\therefore\angle B_1BC=90°$,

$\because E$为B_1C的中点，$\therefore BE=EC$。又$DE\perp$平面BCC_1，

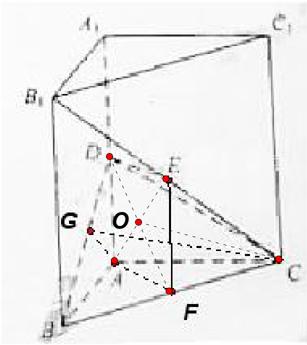
$\therefore BD=DC$（射影相等的两条斜线段相等）而$DA\perp$平面ABC，

$\therefore AB=AC$（相等的斜线段的射影相等）。

分析二：取BC的中点F，证四边形$AFED$为平行四边形，进而证$AF\ /\!/\ DE$，$AF\perp BC$，得$AB=AC$也可。

分析三：利用空间向量的方法。具体解法略。

（2）**分析一**：求B_1C与平面BCD所成的线面角，只需求点B_1到面BDC的距离即可。



作$AG\perp BD$于G，连GC，则$GC\perp BD$，$\angle AGC$为二面角$A-BD-C$的平面角，$\angle AGC=60°$.不妨设$AC=2\sqrt{3}$，则$AG=2,GC=4$.在$RT\Delta ABD$中，由$AD\cdot AB=BD\cdot AG$，易得$AD=\sqrt{6}$.

设点B_1到面BDC的距离为h，B_1C与平面BCD所成的角为α。

利用$\frac{1}{3}S_{\Delta B_1BC}\cdot DE=\frac{1}{3}S_{\Delta BCD}\cdot h$，可求得$h=2\sqrt{3}$，又可求得

$$B_1C=4\sqrt{3}\quad \sin\alpha=\frac{h}{B_1C}=\frac{1}{2}\therefore\alpha=30°.$$

即B_1C与平面BCD所成的角为$30°$.

分析二：作出B_1C与平面BCD所成的角再行求解。如图可证得$BC\perp$面$AFED$，所以面

$AFED \perp 面BDC$。由分析一易知：四边形 $AFED$ 为正方形，连 AE、DF，并设交点为 O，

则 $EO \perp 面BDC$，$\therefore OC$ 为 EC 在面 BDC 内的射影。$\therefore \angle ECO$即为所求。以下略。

分析三： 利用空间向量的方法求出面 BDC 的法向量 $\vec{n}$，则 B_1C 与平面 BCD 所成的角即为

$\overrightarrow{B_1C}$ 与法向量 $\vec{n}$ 的夹角的余角。

22、（1）由题得：$b=\sqrt{3}, e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}, b^2+c^2=a^2 \Rightarrow a=2, c=1 \Rightarrow \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$

（2）设$A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$

$\begin{cases} \dfrac{{x_1}^2}{4}+\dfrac{{y_1}^2}{3}=1 \\ \dfrac{{x_2}^2}{4}+\dfrac{{y_2}^2}{3}=1 \end{cases}$ 两式相减得：$\dfrac{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}{4}+\dfrac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{3}=0$

两边同时除以$(x_1+x_2)(x_1-x_2)$，再乘以3得：$\dfrac{3}{4}+\dfrac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}=0$

$\because P(x_0,y_0)$是AB的中点，$\therefore x_1+x_2=2x_0, y_1+y_2=2y_0$

又$\because k_{AB}=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2} \therefore \dfrac{3}{4}+k_{AB}\cdot\dfrac{2y_0}{2x_0}=0 \therefore k_{AB}=-\dfrac{3x_0}{4y_0} \therefore AB$的斜率为定值